Institut National de Statistique

et d'Economie Appliquée

Juillet 2015

Concours d'accès en 1ère année

Epreuve d'Analyse (Durée 1h30)

Tout document est non autorisé. Les questions sont indépendantes.

Question 1 : Calculer la limite : $\lim_{N\to+\infty} \frac{1^{100}+2^{100}+\cdots+N^{100}}{N^{101}}$

Question 2 : Calculer la limite : $\lim_{y\to 0} \int_0^y \frac{(y-x)e^{-x^2}}{\sin(y^2)}\,dx$

Question 3 : Déterminer le domaine de définition de f où

$$f(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\ln(nx)}$$

Question 4 : Soit $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n z^n$ une série entière .On suppose qu'elle diverge pour $z = 3 + 4i$ et qu'elle converge pour $z = 5i$

Quel est son rayon de convergence ?

Question 5 : Soit α un nombre réel strictement positif. Pour quelles valeurs de α l'intégrale $\int_1^{+\infty} \frac{(x^2+1)^\alpha-(x^2-1)^\alpha}{\sqrt{x-1}}\,dx$ converge -t- elle ?

Question 6 : Déterminer $\iint_\Delta \frac{dxdy}{(|x|+|y|)^2+4}$ où $\Delta = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2;\ |x| + |y| \leq 2\}$

Question 7 : Soit la fonction f définie par $f(x) = \begin{cases} 1 \ si\ |x| \leq \frac{1}{2} \\ 0\ si\ |x| > \frac{1}{2} \end{cases}$

Calculer la transformée de Fourier de f

Royaume du Maroc
Institut National de Statistique et d'Economie Appliquée

Concours d'Admission en 1ère Année du cycle des Ingénieurs d'Etat
Epreuve d'algèbre
Durée : 01h30

Exercice 1

Soit f l'application de $\mathbb{R}_n[X]$ dans $\mathbb{R}[X]$ définie en posant pour tout $P(X) \in \mathbb{R}_n[X]$:

$$f(P(X)) = P(X+1) + P(X-1) - 2P(X).$$

1. Montrer que f est linéaire et que son image est incluse dans $\mathbb{R}_n[X]$.
2. Dans le cas où $n = 3$, donner la matrice de f dans la base $1, X, X^2, X^3$. Déterminer ensuite, pour une valeur de n quelconque, la matrice de f dans la base $1, X, \ldots, X^n$.
3. Déterminer le noyau et l'image de f pour une valeur de n quelconque. Calculer leur dimension respective.
4. Soit Q un élément de l'image de f. Montrer qu'il existe un unique $P \in \mathbb{R}_n[X]$ tel que :

$$f(P) = Q \text{ et } P(0) = P'(0) = 0.$$

Exercice 2

Soit E un espace vectoriel de dimension n et φ une application linéaire de E dans lui-même telle que $\varphi^n = 0$ et $\varphi^{n-1} \neq 0$. Soit $x \in E$ tel que $\varphi^{n-1}(x) \neq 0$.

Montrer que la famille $\{x, \varphi(x), \varphi^2(x), \ldots, \varphi^{n-1}(x)\}$ est une base de E.

Royaume du Maroc

Ha Haut Commissariat au Plan

Institut National de Statistique et d'Economie Appliquée

I.N.S.E.A.

INSEA

المملكة المغربية

المندوبية السامية للتخطيط

المعهد الوطني للإحصاء والاقتصاد التطبيقي

Durée : 01h30

En ce temps de vacances, le monde est plein de gens qui courent d'un spectacle à l'autre, évidemment avec le désir de voir beaucoup de choses en peu de temps. Si c'est pour en parler, rien de mieux ; car il vaut mieux avoir plusieurs noms de lieux à citer ; cela remplit le temps.

Mais si c'est pour eux, et pour réellement voir, je ne les comprends pas bien. Quand on voit les choses en courant, elles se ressemblent beaucoup. Un *torrent* c'est toujours un torrent. Ainsi celui qui parcourt le monde à toute vitesse n'est guère plus riche de souvenirs à la fin qu'au commencement. La vraie richesse des spectacles est dans le détail. Voir, c'est parcourir les détails, s'arrêter un peu à chacun, et de nouveau saisir l'ensemble d'un coup d'œil. Je ne sais si les autres peuvent faire cela vite, et courir à autre chose, et recommencer. Pour moi, je ne le saurais. Heureux de Rouen qui chaque jour peuvent donner un regard à une belle chose, et profiter de Saint-Ouen, par exemple, comme d'un tableau que l'on a chez soi.

Tandis que si l'on passe dans un *musée* une seule fois, ou dans un pays à touristes, il est presque inévitable que les souvenirs se brouillent et forment enfin une espèce d'image grise, aux lignes *brouillées*.

Pour mon goût, voyager c'est faire à la fois un mètre ou deux, s'arrêter, et regarder de nouveau un nouvel aspect des mêmes choses. Souvent, aller s'asseoir un peu à droite ou à gauche, cela change tout, et bien mieux que si je fais cent kilomètres. Si je vais de torrent en torrent, je trouve toujours le même torrent. Mais si je vais de rocher en rocher, le même torrent devient autre à chaque pas. Et si je reviens à une chose déjà vue, en vérité elle me saisit plus que si elle était nouvelle, et réellement elle est nouvelle. Il ne s'agit que de choisir un spectacle varié et riche afin de ne pas s'endormir dans la coutume. Et encore faut-il dire qu'à mesure que l'on sait mieux voir, un spectacle quelconque enferme des joies *inépuisables*. Et puis de partout on peut voir le ciel étoilé. Voilà un beau précipice !

Alain, Propos d'un normand 1906-1914, II

NRF Gallimard, 1955

I- Compréhension : ***(8 points)***

1. Quel est le type du texte ?
2. Quel est le thème du texte ?
3. Expliquer les mots suivants : *torrent, musée, brouillées, inépuisables.*
4. Que fait la plupart des gens que décrit l'auteur pendant leurs voyages ?

II- Rédaction ***(12 points)***

Selon vous, que peuvent vous apporter les voyages ? Rédigez un texte en s'inspirant de suggestions suivantes :

- Le voyage est l'occasion de : se ressourcer de flâner, de prendre son temps
- En opposition au quotidien : on prend son temps.
- Les voyages sont une source de dépaysement, évasion et découvertes
- Les voyages sont un moyen de se perfectionner dans une langue.
- Les voyages favorisent les rencontres : échanges culturels passionnants : découvertes musicales, cinématographiques, culinaires.... misère...

inoublie